

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA DIFICULDADES ENCONTRADAS POR UMA PROFESSORA INICIANTE

Katianne de Souza Siltrão¹
Eliane Matesco Cristovão²

RESUMO

Este artigo relata a experiência de uma professora iniciante de matemática que procura inovar suas aulas utilizando aulas investigativas. Ao relatar as dificuldades encontradas, a professora percebe-se aprendendo a refletir sobre a própria prática e seu artigo que, inicialmente, trataria sobre os benefícios da abordagem investigativa, transforma-se em um artigo capaz de estimular outros professores iniciantes a inovar em sala de aula e, principalmente, a repensar sobre sua prática docente.

Palavras-chaves: Ensino de Matemática - Tarefa investigativa - Professor iniciante

Sou aluna do último ano do curso de Licenciatura Plena em Matemática e comecei lecionar neste mesmo ano. Meu interesse e curiosidade sobre o desenvolvimento da aula investigativa começaram na graduação, onde tivemos contato por algumas vezes com esse método de ensino. Este contato foi no papel do aluno, e a primeira vez que desenvolvi uma aula investigativa como professora foi durante a pesquisa de campo, desenvolvida com uma turma de 1º ano do Ensino Médio, para a qual leciono.

A metodologia utilizada foi a pesquisa sobre a própria prática. Apesar de não ter encontrado uma definição desse tipo de pesquisa nos manuais sobre metodologia, para explicá-la, apoio-me em, Lytle e Cochran- Smith apud Fiorentini e Miorim (2002):

um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola. (...) Como sistemático nos referimos fundamentalmente a formas ordenadas de reunir e registrar informações, documentar as experiências que acontecem dentro ou fora da aula e criar uma espécie de registro escrito. (...) Com intencionado indicamos que a investigação dos professores é uma atividade planejada, isto é, não espontânea (p.35)

Ao iniciar esse projeto pensamos em falar sobre os benefícios de uma aula investigativa e suas potencialidades. Mas no decorrer da aplicação e da análise feita sobre as tarefas aplicadas durante a pesquisa, vimos a necessidade e a oportunidade de se falar sobre as dificuldades que um professor enfrenta ao iniciar essa prática de ensino.

¹ Katianne de Souza Siltrão, graduanda do 6º semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Faculdade de administração e Artes de Limeira (FAAL).

² Professora de Prática de Ensino e coordenadora do curso de Matemática da Faculdade de Administração e Artes de Limeira; e-mail limatesco@yahoo.com.br

Não temos a intenção de desanimar os que estão iniciando nem os que se interessam por essa prática, mas sim conscientizá-los das dificuldades que enfrentarão e encorajá-los a persistirem.

Ao iniciar sua docência o professor começa a formar seu perfil profissional, a refletir sobre sua metodologia de trabalho. No início de sua docência, ele passará por diversas situações que irão lhe oferecer aprendizagem.

A literatura internacional considera a fase inicial da carreira como sendo normalmente um período que vai até os três primeiros anos de docência. É um período importante de desenvolvimento profissional, caracterizado por tensões, dificuldades, desafios e intensas aprendizagens tanto profissionais quanto pessoais, em contextos diversos. (GAMA e FIORENTINI, 2008, p.01)

É, dessa forma, logo no início de sua carreira, que o professor iniciante tem indicações sobre sua identidade metodológica: ele começa a se descobrir como professor investigativo ou, simplesmente, tradicional.

Ao observamos a prática dos professores iniciantes, encontramos sujeitos em processo de constituição de identidades que, ora se apresentavam inseguros, ora animados, ora buscavam alternativas inovadoras, ora voltavam a ancorar-se em práticas tradicionais. (GAMA e FIORENTINI, 2008, p. 02)

Há algum tempo tem sido discutida a necessidade da utilização de outros métodos de ensino-aprendizagem, mas poucos professores, pelo menos entre os que conheço, fazem uso de novas metodologias, que sejam capazes de ultrapassar o que entendo por aula tradicional. Não tenho dúvidas de que é necessário que se façam modificações no modo de ensinar, afinal, é preciso que tornemos nossas aulas mais atrativas e cativantes. Assim, uma opção metodológica que se pode lançar mão para promover esta motivação são as aulas investigativas.

Ao desenvolver uma aula investigativa possibilitamos ao aluno a chance de ser o protagonista de sua própria aprendizagem, de escolher o próprio caminho a ser percorrido para construir seu conhecimento, o que, certamente, pode tornar a aula mais atrativa e significativa para o mesmo.

Apesar do avanço nas pesquisas em educação matemática, na sala de aula o que tenho observado, desde que iniciei meu estágio e, agora, iniciando também minha carreira de professora, é que a maioria dos professores continua utilizando somente as aulas tradicionais, tendo como personagem central o próprio professor, onde o aluno somente copia e repete por diversas vezes os exercícios. Ao professor cabe apenas passar o conteúdo, explicar e passar os exercícios de fixação. Esse método de ensino nem sempre é o mais eficaz, pois não oferece muito significado ao aluno. Muitos somente decoram as regras para a hora da prova, não se importando com o que ficará, realmente, como conhecimento adquirido.

Como toda aula, temos pontos positivos e negativos. Não temos a pretensão de convencer que em uma aula investigativa tudo ocorra perfeitamente como planejamos, pois temos muitos imprevistos que podem acarretar numa aula não tão bem sucedida, mas queremos mostrar que é preciso arriscar.

Essa tarefa não é fácil, gera muitos sentimentos de insegurança, como já relatou Coelho (2006), também professora iniciante:

Quando os alunos chegaram no terceiro item da tarefa, que pedia para encontrar um jeito de dizer por escrito como seria a 100ª posição e quantas bolinhas ela teria, eu me senti muito frustrada diante dos chamados deles, pois não conseguia atender e sanar todas as dúvidas dos grupos e algumas vezes não sabia dizer se o que os alunos estavam desenvolvendo era ou não correto. Algumas vezes cheguei até a pensar em desistir, pois achava que não iria conseguir dar andamento à tarefa. Nesse momento, muito desesperada, pedi para os grupos guardarem a tarefa e comecei a conversar com eles procurando me acalmar. (COELHO, 2006, p. 02)

Percebi, por meio dessa experiência, que sentimentos como este são bem comuns para quem se propõe a realizar suas aulas tentando inserir um método de ensino inovador e diferenciado. Entretanto, a aula investigativa vem conquistando aos poucos os professores de matemática. Já existem vários trabalhos alicerçados e/ou influenciados por esse tipo de metodologia, dentre os quais podemos citar aqueles desenvolvidos em Portugal pelo CIEFCUL (Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Lisboa) e no Brasil pelo Grupo de Sábado (GdS), da Faculdade de Educação da Unicamp, além de outros.

Segundo Coelho (2006), estes sentimentos podem ser amenizados quando podemos contar com o apoio de um grupo colaborativo.

Ao término da aula participei de um encontro do GCEEM [Grupo Colaborativo de Estudos em Educação Matemática] e relatei minhas frustrações, pois na verdade não estava conseguindo desenvolver a tarefa. Falei também sobre o que foi proposto pelos alunos no final da aula. Tive muito apoio do grupo e, a partir desse relato, surgiu no GCEEM a idéia de se estipular um tempo para cada grupo perguntar, mas só podiam perguntar se nenhum integrante do grupo conseguisse sanar a dúvida. (COELHO, 2006, p.03)

Assim, seria importante que todos os professores contassem com o apoio e o respaldo de um grupo colaborativo para estimular o desenvolvimento desse método.

Contudo, apesar de ainda não participar de grupos colaborativos como o relatado por Coelho (2006), senti que poderia desenvolver uma aula investigativa com meus alunos. A oportunidade apareceu com o adiamento do Saesp. Porém, antes de relatar, propriamente, a aula que desenvolvi, prossigo com algumas fundamentações sobre aulas investigativas.

A aula investigativa consiste na utilização de tarefas abertas, que dão ao aluno a oportunidade de escolher o caminho que deseja seguir até chegar à construção de seu conhecimento. Numa aula assim não nos limitamos a impor somente o que achamos importante. Trabalhar o conteúdo que será cobrado nas avaliações externas é necessário sim, mas precisamos fazer isso de forma que possamos lhes oferecer um ensino significativo, através do qual eles possam construir o conhecimento e não decorar regras.

Nesse novo paradigma no ensino de Matemática, onde o aluno sai de uma postura de passividade e participa da construção do conhecimento, tornando-se pesquisador, a Matemática deixa de ser encarada como um corpo de conhecimento fechado, universal e pronto a ser ensinado. Uma aula

investigativa, ao contrário, pressupõe a participação ativa dos alunos na sua construção. (FERNANDES e FIORENTINI, 03)

Outro fato importante que caracteriza uma aula investigativa refere-se ao tempo que precisa ser disponibilizado, não somente durante a realização da atividade, mas também o tempo que o professor tem que dispor antes da realização. É necessário que o professor pense com antecedência e se prepare para a aula.

DESENVOLVIMENTO

Por ter vivenciado experiências investigativas e refletido sobre a necessidade de inovar, durante as aulas de Prática de Ensino na faculdade, não me sentia totalmente à vontade em estar ensinando meus alunos somente com aulas tradicionais, resolvi, então, aplicar algumas atividades investigativas para sentir na pele as dificuldades dessa inovação.

Sendo assim, foram escolhidas duas tarefas para serem aplicadas. A primeira é conhecida como “A Máquina Mágica”³ e a segunda “A lanchonete do Alan Xonete”⁴.

Com a primeira minha intenção era inseri-los em atividades investigativas e também desenvolver a construção da fórmula necessária para encontrar a mágica, ou seja, analisar o pensamento algébrico dos alunos e sua capacidade de expressar-se algebricamente.

Na segunda tarefa, a intenção era fazer com que os alunos achassem o termo geral que expressasse a disposição das mesas.

Descreverei a seguir as atividades aplicadas na turma do 1º ano do Ensino Médio, na semana em que seriam realizadas as provas do Saesp, as quais foram adiadas para a semana seguinte. Além da descrição das tarefas, farei uma análise dos resultados obtidos, os quais permitirão elaborar um rol das dificuldades que um professor iniciante pode encontrar para inserir as aulas investigativas em sua prática. O objetivo final desta análise é alertar os iniciantes, como eu, sobre as dificuldades que encontrarão no desenvolvimento de práticas inovadoras, conscientizando-os sobre a necessidade de buscar informações para preparar uma boa aula investigativa.

A primeira tarefa foi aplicada no dia em que seria realizada a primeira prova do Saesp. Os alunos não sabiam sobre o cancelamento e, por isso, não trouxeram material e também não queriam fazer qualquer atividade. Então, para incentivá-los, foi prometido um ponto para ajudar na média.

1º tarefa: A Máquina Mágica

É uma máquina onde entra um número e após sofrer uma “mágica”, esse número sai transformado em outro. Essa mágica, na verdade, representa a passagem do número

1 A tarefa máquina mágica foi retirada de FIORENTINI; FERNANDES e CRISTOVÃO (2005; p.13)

2 A tarefa do “Alan Xonete” foi adaptada por PARATELI, CRISTOVÃO, ABREU e PONTES, (2006) que mencionam Adilson Roveran como autor da versão original.

inicial para o número final, após a realização de operações matemáticas que podem ser representadas com expressões algébricas. A relação entre o número inserido e o resultado encontrado configura uma função, que é assunto estudado pelos alunos desta série do ensino médio.

Descrição da tarefa:

Hoje vocês conhecerão a Máquina Mágica. Ela faz transformações de números escolhidos por nós em outros números. O seu mecanismo é simples: ela faz a mesma magia para qualquer número que passa por ela. Além disso, ela é uma máquina especial: ela não possui segredo único, isto é, existem vários truques de transformação.

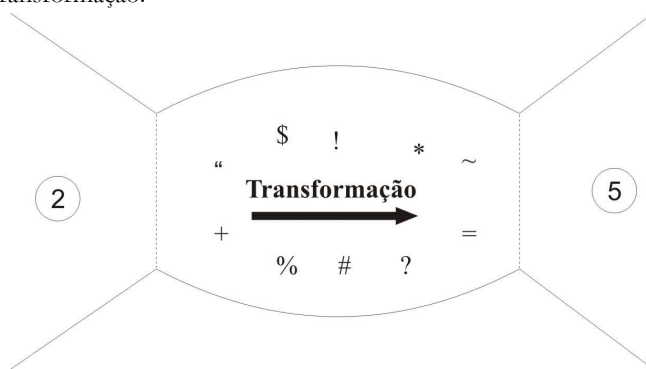


Figura 1 - Máquina mágica

Parece estranha, mas o modo de operá-la é fácil: ao escolher o número 2, colocado ao lado esquerdo da máquina, ela o transforma no número 5 (lado direito da máquina).

Que tal? Muito complicado? Abaixo, encontram-se algumas questões para ajudá-los no entendimento da tarefa.

1- Descubram a magia dessa máquina e, em seguida, façam um teste para outros cinco valores. Para esta máquina, pode-se escolher números para serem transformados? E o zero? E números racionais?

2- Como foi comentado no início, se vocês analisarem a máquina com mais atenção, encontrarão outras magias possíveis para ela. Anotem mais duas magias possíveis.

3- Agora teste as magias escrita no item 2 para cinco valores diferentes. Organize as descobertas em uma tabela.

4- Com as mesmas magias do item 2, testem-na para um número “x”. Como ficaria o resultado da transformação? Procurem justificar os procedimentos e os caminhos usados que levaram à resposta.

A aplicação dessa tarefa passou por algumas dificuldades, sendo a maior delas a falta de interesse por parte de grande parte da turma. Os alunos que realizaram a tarefa tiveram certa dificuldade para conseguir fazer, principalmente, para achar as “magias”. Contudo, a principal dificuldade foi a interpretação do enunciado, o qual foi explicado por várias vezes.

Na hora dos alunos relatarem por escrito as descobertas e os procedimentos realizados por eles, a maioria apenas anotava coisas simples e sem muitos detalhes.

Na questão 1, a solução que todos colocaram foram: $2+3=5$, todos consideraram a magia sendo $+3$.

Já na questão 2 as respostas foram mais diversificadas.

Roberto e Renato: fórmulas

$$(x 3 - 1), 2 x 3 - 1 = 5$$

$$(x 10 - 15), 2 x 10 - 15 = 5$$

Gisele e Kelly: fórmulas

$$(+ 8 \div 2), 2 + 8 \div 2 = 5$$

$$(x 5 \div 2), 2 x 5 \div 2 = 5$$

Leandro : fórmula

$$(x 2,25), 2 x 2,25 = 5$$

$$(x 125\%), 2 x 125 \% = 5$$

É possível notar a riqueza das “mágicas” apresentadas pelos alunos, mas por falta de experiência, não explorei esta riqueza em sala de aula. Refletindo depois, junto com a orientadora, percebi o quanto estas respostas poderiam ser exploradas matematicamente, aprofundando o conceito de função como relação de dependência entre duas grandezas!

Nas questões 3 e 4 eles testaram as fórmulas que haviam descoberto no item anterior. Mas na questão 4, além de testarem as fórmulas para mais alguns valores, eles teriam que descrever todos os passos de sua atividade. Nesta fase eles não conseguiram desenvolver muito a escrita, pois nunca haviam tido contato com esse método de ensino. Talvez por falta de experiência na condução da atividade, tenha faltado, de minha parte, instigá-los a escrever mais, questionando suas conclusões durante a atividade. Para ilustrar, apresento a seguir algumas anotações produzidas por eles:

Roberto e Renato: O procedimento que usei para chegar aos resultados de cada conta foi seguindo as fórmulas dadas e algumas regras usadas.

$$\text{Gisele e Kelly: } 5 + 8 \div 2 = 6,5$$

Nesta “forma” peguei 5 e somei mais 8 e com o resultado dividi por 2 que resultou em 6,5 que é o resultado final da minha “forma”.

Podemos observar que o aluno não leva em consideração a necessidade de colocar os parênteses para que a resolução apresentada fosse correta. Porém, isso também não foi discutido em sala de aula,

Outro cálculo:

$$3 x 5 \div 2 = 7,5$$

Nesta “forma” peguei o número 3 e multipliquei por 5 e depois dividi por 2 que resultou em 7,5 que é o resultado final da minha “forma”.

Leandro : O primeiro cálculo foi fácil, onde já sabia que $2,5 + 2,5$ é 5 , já o segundo cálculo tive que testar na porcentagem sabendo que $100\% \times 2 = 4$ teste com $150\% \times 2$ no que deu 6 de resultado, aí teste com $125\% \times 2$ onde encontrei o valor 5 .

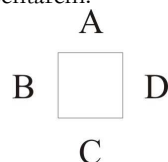
Se conferirmos na calculadora essa operação, veremos que o resultado não será 5 . Talvez Leandro tenha operado com $2 \times (125\% \text{ de } 2)$, isso representaria $2 \times 2,5$ que resultaria em 5 . Infelizmente, este erro também não foi aproveitado para discussão durante a exploração.

2º tarefa: A outra tarefa foi a do “ALAN XONETE”, cujo objetivo era encontrar o termo geral da seqüência que relacionava o número de mesas com o número de pessoas.

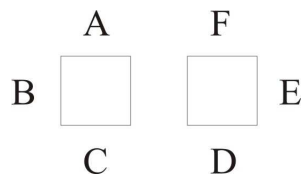
A LANCHONETE DO ALAN XONETE

Obs.: Deixe por escrito o raciocínio de cada questão de forma clara.

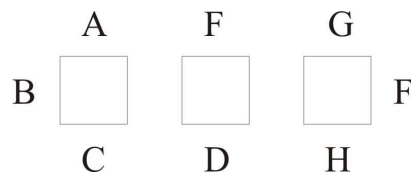
Sexta feira passada, após a aula, quatro amigos, Aderbal, Belinda, Crisóstomo e Dráusio, foram comer umas pizzas e tomar um guaraná na lanchonete do Alan Xonete. Lá chegando, o garçom Edgar Som já havia separado uma mesa para os quatro amigos se sentarem:



A conversa ia animada quando chegaram Elizário e Flausino. Edgar apressou-se e ajeitou mais uma mesa ao lado da primeira, ficando assim a disposição?



Era dia de reunião da turma para descansar e passar bons momentos brincando e conversando e logo chegaram Griselda e Hortênsia. Nosso amigo Edgar Som correu a colocar uma nova mesa ao lado das duas anteriores e avisou ao Falco Zinheiro, o cozinheiro, para preparar mais duas pizzas. Veja a nova disposição das mesas:



a) A turma esperava mais companheiros, logo chegaram Izilda e Jocasta e mais uma mesa foi colocada. Faça o desenho representando a nova quantidade de mesas e seus ocupantes, sempre respeitando a mesma disposição das pessoas à sua volta.

b) Desenhe a representação das mesas quando chegaram Kreiton e Lisaldo.

c) Se forem colocadas $6, 7, 8, 9...$ mesas, quantas pessoas podem ser acomodadas, usando-se a mesma disposição?

d) E se forem colocadas 100 mesas?

e) E se forem colocadas n mesas? Teste a regra que você inventou para 15 mesas e 18 mesas.

- f) Quantas mesas seriam necessárias para acomodar 30 pessoas? E para acomodar 50 pessoas?
 g) Quantas mesas serão necessárias para receber 100 pessoas?

Até a terceira questão, alguns alunos realizaram através de desenhos no qual não tiveram muita dificuldade, apenas observaram os desenhos anteriores e realizaram com sucesso. Outros, porém, já conseguiram resolver através de expressões algébricas.

A seguir descreverei o trabalho desenvolvido pelo grupo formado pelas alunas Camila, Marina, Jéssica e Carol, a partir da questão c.

c) Pensamos assim: a cada mesa aumentada é só somar mais dois lugares ao total de pessoas e dava o resultado.

$12 + 2 = 14$ pessoas	$14 + 2 = 16$ pessoas
$16 + 2 = 18$ pessoas	$18 + 2 = 20$ pessoas

d) $5 \underline{\quad} 12$	$5X = 100 * 12$
$100 \underline{\quad} X$	$5X = 1200$
	$X = 1200 \div 5$
	$X = 240$ pessoas

Apesar de terem chegado a uma fórmula geral, nesta questão, as alunas resolvem por proporcionalidade um problema que não poderia ter sido resolvido dessa forma, pois o número de pessoas não é diretamente proporcional ao número de mesas, já que há um número fixo de duas pessoas, que se sentam nas pontas das mesas. Para 100 mesas, eles deveriam ter calculado: $100 \cdot 2 + 2 = 202$ e não 240!

e) $2 * 15 + 2$	$2 * 18 + 2$
$30 + 2 = 32$	$36 + 2 = 38$
f) $2 * 14 + 2$	$2 * 24 + 2$
$28 + 2 = 30$	$48 + 2 = 50$

R: Serão necessárias 14 mesas para acomodar 30 pessoas e 24 mesas para acomodar 50 pessoas

g) $2 * 50 + 2$
 $100 + 2 = 102$

R: São necessárias 50 mesas e sobrarão 2 lugares.

Obs.: A fórmula é $2n + 2$

Outro grupo que especificou a regra logo na questão c foi o das alunas Josiane, Luciana e Pâmela, que definiram cada item da fórmula.

c) A regra geral é $2n + 2$, onde 2 é o dobro de pessoas e n é o número de mesas e o outro 2 são as pessoas que ficam na ponta da mesa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A motivação dos alunos não foi muito diferente nas duas atividades. Acredito que isso tenha acontecido por alguns fatores. O primeiro é que foi realizada em uma semana meio turbulenta, pois ninguém sabia ao certo o que ia acontecer (os alunos foram pensando que iriam realizar somente uma prova e depois iriam embora). O segundo é o fato de eu não ter realizado outras tarefas antes, nem ao menos ter assistido a uma aula de outra professora para saber como proceder. Essa falta de experiência me impediu de tomar as decisões certas e de intervir adequadamente em cada situação.

Confesso que não me senti totalmente realizada com essa tarefa, pois não produzi tudo aquilo que eu esperava. Não foi toda a sala que produziu, houve aqueles que nem queriam saber da atividade. Foi preciso insistir muito para que alguns dessem um retorno positivo e eu resolvi apostar neles, pois sabia que eram capazes.

Através dessa experiência pude aprender bastante, talvez nem tanto com os acertos, mas com certeza com meus erros. Refletindo sobre ela tirei muitas lições:

1. A postura do professor é de grande importância numa aula investigativa, a maneira como a aula é conduzida, a segurança do professor.

2. A preparação da aula, resolvendo toda a atividade e pensando em todas as possibilidades, ajuda a ter mais segurança e a saber como estimular os alunos durante a investigação.

3. O contato com colegas interessados em desenvolver atividades do mesmo tipo, ou com um grupo de estudos como o que está sendo formado na FAAL, poderia ter me ajudado a compreender as dificuldades dos alunos, para ajudá-los a avançar.

Alguns de meus sentimentos durante a realização da tarefa podem ser comparados aos mesmos que menciona Coelho (2006), ao descrever que até pensou em desistir diante das perguntas que iam surgindo durante a atividade. A participação em um grupo colaborativo me ajudaria na realização e na condução da aula investigativa, mas me faltou o respaldo que ela obteve. Espero encontrar esse respaldo no grupo de estudos que está sendo formado na FAAL.

Espero que nas próximas atividades, que com certeza desenvolverei ao longo de minha carreira, possa saber estimular e atrair muito mais meus alunos, afinal, o importante de um professor que busca uma metodologia diferenciada e significativa é nunca desistir e nunca se deixar levar pelas dificuldades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COELHO, J. C. B. G. Marinheiros de primeira viagem: alunos e professora realizando a primeira tarefa investigativa juntos. **Anais do I SHIAM** (Seminário de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática). FE/Unicamp, 2006. Disponível em CD.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Seminário Luso-Brasileiro: Investigações matemáticas no currículo e na formação de professores**. Lisboa, 2005. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/seminario_lb.htm. Acesso em 20/10/2009

GAMA, R. P. ; FIORENTINI, D. . Professores de Matemática em início de carreira: identidades & grupos colaborativos. In: **ANPED - 31Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação**, 2008, Caxambú. Professores de Matemática em início de carreira: identidades & grupos colaborativos, 2008.

PARATELI, C. A.; CRISTOVÃO, E. M.; ABREU, M. G. S.; PONTES, R. C. M. **A escrita no processo de aprender matemática**. In: Histórias e investigações de/em aulas de matemática. Campinas, SP: Editora Alínea, 2006.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A (org.) **Por trás da porta, que Matemática acontece?** Campinas: Editora Gráfica FE – CEMPEM–PRAPEM – UNICAMP Campinas:. Editora Gráfica FE – CEMPEM, 2001.