SITUAÇÕES-PROBLEMA E AS TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM NOS ANOS INICIAIS: IMPLICAÇÕES PARA A APRENDIZAGEM DO CAMPO ADITIVO

PROBLEM SITUATIONS AND HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORIES IN THE EARLY YEARS: IMPLICATIONS FOR LEARNING IN THE ADDITIVE DOMAIN

Rogério Marques Ribeiro[1]
Julia Macedo de Oliveira Morioka[2]

RESUMO: Este artigo apresenta uma pesquisa realizada com alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, em uma escola pública de São Paulo. O objetivo foi analisar as estratégias de resolução de situações-problema no campo aditivo, por meio de uma trajetória hipotética de aprendizagem (THA), e investigar o impacto dessa THA na prática da professora-pesquisadora. Utilizando uma abordagem qualitativa, a pesquisadora atuou diretamente com os alunos, como professora da turma, e aplicou uma sequência de tarefas específica para o grupo. Os resultados revelaram uma variedade de estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das situações-problema do campo aditivo, evidenciando a importância da construção de uma THA para promover o processo de aprendizagem. O estudo utilizou como referencial teórico as ideias de Simon sobre a THA e a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. A pesquisa se baseou em observações participantes e na análise dos protocolos das tarefas aplicadas. Esses resultados contribuíram para a compreensão do papel da THA no ensino da matemática, fornecendo insights sobre as estratégias de resolução dos alunos e sua relação com o desenvolvimento da aprendizagem.

Palavras-chave: Anos Iniciais; Campo Conceitual Aditivo; Professora-pesquisadora; Resolução de problemas; Tarefas matemáticas.

ABSTRACT: This article presents a research conducted with a group of 3rd-grade students in the early years of Elementary School, in a public municipal school in Sao Paulo, with the intention of investigating and analyzing both the problem-solving strategies in the additive field performed by the students, based on a hypothetical learning trajectory (HLT), and how the development of the HLT influenced the practice of the teacher-researcher who implemented it. The theoretical framework draws on the ideas of Simon, particularly regarding the HLT, as well as Vergnaud's theory of conceptual fields. The research, which adopts a qualitative approach, is understood as a Pedagogical Intervention study, and used two instruments: (i) participant observation, as the researcher directly interacted with the group of students, who were the subjects of the investigation, also serving as their teacher; (ii) protocols, characterized as a sequence of tasks composed of pre-designed problem situations specifically created for the participating student group. The results allowed for the identification of a variety of problem-solving strategies in the additive field employed by the group of students, and contributed to understanding how the construction of an HLT can provide a structure for considering how its development can promote student learning processes.

Keywords: Early Years; Additive Conceptual Field; Teacher-Researcher; Problem Solving; Mathematical Tasks.

---

[1] Rogério Marques Ribeiro, Doutorado em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), rmarques@ifsp.edu.br

[2] Julia Macedo de Oliveira Morioka, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de São Paulo, jmacedodeoliveiramorioka@gmail.com

INTRODUÇÃO

Os fatores que geraram o tema da pesquisa que aqui relatamos originaram-se da prática pedagógica da segunda autora deste artigo, a partir da observação exercida de aulas de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede particular de São Paulo. A constatação de que muitos alunos chegavam ao final desse ciclo ainda dependentes de comentários do professor para resolver certos problemas tornou-se, na verdade, uma inquietação.

Habituados a “buscar pistas” no enunciado para descobrirem qual operação deveriam fazer como principal recurso de resolução, os alunos mostravam-se, sempre, inseguros em relação ao movimento de investigar, de maneira autônoma os problemas propostos, no intuito de propor resoluções e/ou conjecturas. As argumentações e confrontações que deveriam estar em pleno exercício, mesmo quando incentivadas, nem sempre aconteciam como prática estabelecida nas aulas.

De forma particular, historicamente, o tema da adição e subtração nos anos iniciais tem sido objeto de estudo de vários pesquisadores (VERGNAUD, 1990; MAGINA et. al., 2008), e embora exista uma vasta literatura sobre esse tema, é importante ressaltar a necessidade de realizar estudos em contextos específicos, como foi feito na investigação que deu origem a este artigo.

Considerando que os conceitos de adição e subtração são introduzidos aos alunos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e levando em consideração as premissas da Teoria dos Campos Conceituais, compreende-se que um determinado conceito não está completamente isolado. Nesse sentido, a adição e a subtração são partes do mesmo campo conceitual, denominado por Vergnaud como Estruturas Aditivas (VERGNAUD, 1990), também conhecido como Campo Conceitual Aditivo (MOREIRA, 2004).

Após revisar a bibliografia pertinente, fica evidente a importância de direcionar a atenção dos professores para a temática da resolução de problemas no campo aditivo, especialmente nos anos iniciais do ensino. Com base nas pesquisas realizadas, observa-se que os seus resultados revelam que os alunos, apesar de se depararem com atividades didáticas que propõem a resolução de problemas, apresentam dificuldades no entendimento dos enunciados e na solução propriamente dita. Essas investigações mostram a fragilidade do ensino de Matemática nos anos iniciais, principalmente em relação às ideias envolvidas na resolução de problemas do campo aditivo.

No contexto da THA, observa-se que os anos iniciais não têm sido o público-alvo principal das pesquisas, o que aumenta a importância da investigação que realizamos.

Considerando esses aspectos, destaca-se que a pesquisa realizada teve como objetivo principal promover a articulação entre o processo de aprender e ensinar, por meio da construção de uma THA, abordando uma sequência de tarefas relacionadas a problemas do campo aditivo, com a intencionalidade de investigar as estratégias de resolução utilizadas pelos alunos do 3º ano do Ensino Fundamental, e analisar a mediação da professora-pesquisadora ao longo desse processo.

PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Teoria dos Campos Conceituais: principais e fundamentos

A Teoria dos Campos Conceituais se aplica em um contexto em que várias proposições e conceitos são previstos, permitindo que essa teoria seja compreendida e significativa no contexto educacional. De acordo com Vergnaud (1996), um campo conceitual é simultaneamente um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações, cujo domínio progressivo exige uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas em estreita conexão; e o conjunto de conceitos, que contribui para o domínio dessas situações. Esses conceitos formam sistemas, cuja organização é progressiva e, eventualmente, nunca concluída.

No caso das estruturas aditivas, Vergnaud (1990, 1996, 2009) propôs, com base em suas pesquisas, que os problemas tradicionalmente referidos como "problemas de adição" e "problemas de subtração" fossem reunidos em um único grupo chamado "problemas do campo aditivo". Em seus estudos, ele propõe que as situações-problema sejam classificadas de uma nova maneira: com base nas ideias que elas envolvem, e não mais apenas pela operação matemática envolvida.

De fato, os problemas do campo aditivo devem ser compreendidos como aqueles que envolvem ideias de adição e subtração, considerados parte da mesma família conceitual. Ao explorar a teoria, observa-se que, no campo aditivo, existem problemas com diferentes níveis de complexidade. No entanto, essa complexidade não está diretamente relacionada a serem problemas "de adição" ou "de subtração", nem ao tamanho dos números envolvidos (embora isso seja um fator relevante a ser considerado). A complexidade está relacionada aos três elementos fundamentais presentes nos problemas: estados, transformações e relações.

A Teoria dos Campos Conceituais tem sido aplicada em várias pesquisas que envolvem alunos dos anos iniciais, destacando a importância de discutir, nesse nível de ensino, as operações matemáticas do campo aditivo e do campo multiplicativo. De forma particular, para este artigo, ressaltamos que as discussões aqui apresentadas se concentram exclusivamente nos problemas do campo aditivo, uma vez que esse também foi o foco das discussões no desenvolvimento do estudo.

Categorias de relações nas estruturas aditivas

Vergnaud (1982, 1991, 1996) concentra sua análise nas seis relações ternárias fundamentais das relações aditivas. Ele deixa claro que "as relações aditivas são relações ternárias que podem se combinar de várias maneiras e oferecem uma grande variedade de estruturas aditivas" (VERGNAUD, 1991, p. 164). Essas seis relações ternárias são baseadas na interação entre os três elementos citados anteriormente - que podem ser estados, transformações ou relações - que geram a estrutura das situações-problema aditivas. Segundo Vergnaud (1982, p. 39-42), "[...] a classificação em seis categorias leva em consideração considerações matemáticas e psicológicas [...]".

Embora Vergnaud (1982) apresente essas duas perspectivas, é importante destacar que esta investigação se concentra apenas nas considerações matemáticas, haja vista o interesse de explorar e promover avanços nas estratégias de resolução de problemas no campo aditivo.

O Autor salienta, ainda, que em um determinado campo conceitual, como o campo aditivo, existem diversas situações possíveis, e o conhecimento dos alunos é ajustado de acordo com as situações que eles encontram e gradualmente dominam. Para Vergnaud (1996), muitas das concepções que temos como indivíduos têm origem nas primeiras situações que fomos capazes de dominar ou na nossa experiência ao tentar modificá-las.

Assim, Vergnaud (1996) destaca que os processos cognitivos e as respostas dos alunos são realizados em função das situações com as quais eles se deparam, e essas situações são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito pelos alunos. Portanto, um conceito se torna significativo para eles a partir de uma diversidade de situações. Além disso, o autor considera que as situações dão sentido aos conceitos, como mencionado anteriormente, mas o sentido não está nas situações em si, assim como não está nas palavras ou nos símbolos matemáticos.

Retomando a discussão de Vergnaud (1991) sobre as relações ternárias mencionadas anteriormente, destaca-se que o autor as nomeou da seguinte forma: (i) composição; (ii) transformação; (iii) comparação; (iv) composição de duas transformações; (v) transformação de uma relação; (vi) composição de duas relações. Apesar de nossa investigação ter proposto tarefas aos alunos considerando essas diferentes relações, para este artigo, devido à limitação de páginas, não será possível explorar todos as relações ternárias. Caso haja interesse em uma exploração mais aprofundada, recomendamos a leitura do estudo de Morioka (2022).

As discussões aqui apresentadas evidenciam que o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas abrange o conjunto de situações em que o tratamento e a solução requerem o uso da adição ou subtração, ou a combinação dessas operações, juntamente com o conjunto de conceitos e teoremas que possibilitam a análise dessas situações como tarefas matemáticas (VERGNAUD, 1996; 2014).

É importante ressaltar que enfatizar o raciocínio não significa negligenciar o cálculo na resolução de problemas. Pelo contrário, significa realizar cálculos de diversas maneiras, utilizando estratégias pessoais e compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e subtração.

Resolução de Problemas

Ao pensar nos alunos dos anos iniciais, devemos considerar suas características específicas, uma vez que a resolução de problemas permeia as relações afetivas, sociais e o processo de ensino-aprendizagem. Os alunos dos anos iniciais geralmente necessitam de uma mediação considerável por parte do professor para realizar diferentes tarefas propostas a eles. Essas tarefas não se limitam a uma única área do conhecimento e, portanto, podem ser consideradas como propostas pedagógicas por meio da resolução de problemas.

Algumas situações aparentemente simples que fazem parte do dia a dia dos alunos na escola podem se tornar complexas para os alunos dos anos iniciais. Por exemplo, trabalhar em equipe, saber quando ouvir e falar em uma roda de conversa, organizar e cuidar de seu próprio material escolar, usar cada item corretamente, respeitar as regras de convivência, tendo em mente que a sala de aula/escola é um espaço coletivo, compartilhar conhecimentos entre os colegas, entre outras situações que estão sempre presentes no cotidiano escolar e que exigem a constante mediação do professor para que os alunos, aos poucos, possam se apropriar desses procedimentos e atitudes.

Considerando as ideias apresentadas, pode-se dizer que o aprendizado pautado na resolução de problemas auxilia o estudante a enfrentar novas e diversas situações que são inerentes à vida e à outras áreas do conhecimento, além da Matemática.

De acordo com Echeverria (1998, p. 43):

> Esta relação entre Matemática e solução de problemas parece estar implícita tanto nas crenças populares como em determinadas teorias filosóficas, psicológicas e em determinados modelos pedagógicos. Entretanto, ela torna-se particularmente evidente a partir dos anos 80. Desde essa época, o objetivo fundamental do ensino de Matemática na maioria dos currículos ocidentais parece ser que o aluno se transforme em um "solucionador competente de problemas".

Nesse contexto, a resolução de problemas se torna o ponto de partida para a atividade do aluno, pois ele busca em seu conhecimento prévio os meios para definir novas estratégias a serem utilizadas naquela situação, a fim de encontrar uma solução. Tomar a resolução de problemas como ponto de partida não se resume apenas a buscar uma solução matemática, mas sim a fazer matemática. Isso significa que os alunos devem ter oportunidades de formular hipóteses, tentar e solucionar problemas desafiadores, refletindo e construindo seus próprios conhecimentos.

É importante ressaltar a conexão dessas discussões com a intencionalidade proposta pela pesquisa que realizamos, que visou identificar e analisar as estratégias apresentadas pelos alunos do 3º ano ao resolverem situações-problema que envolvem conceitos matemáticos do Campo Aditivo. A sequência de tarefas proposta para a pesquisa está alinhada à perspectiva de ensinar por meio da resolução de problemas, abrangendo as categorias do Campo Aditivo, e levando em consideração o perfil do grupo de alunos e os conteúdos matemáticos previstos para o 3º ano dos anos iniciais.

Destaca-se, ainda, que as tarefas foram organizadas em um grau crescente de complexidade, tanto em termos de execução quanto no aspecto conceitual, abrangendo as grandezas numéricas e as características que definem as situações-problema de composição, transformação e comparação. Vale ressaltar que as tarefas contemplam uma ampla variedade de situações-problema do Campo Aditivo.

As propostas de ensino da Matemática por meio da resolução de problemas fundamentam-se na ideia de que os alunos, ao se depararem com problemas, utilizam seus conhecimentos prévios para resolvê-los e, nesse processo, constroem um novo conhecimento. Assim, entende-se que, na resolução de problemas, os alunos mobilizam suas diversas capacidades intelectuais, como a elaboração de estratégias, o protagonismo, a interpretação, entre outros aspectos matemáticos. É a oportunidade de cada aluno fazer e descobrir a Matemática. Os desafios apresentados aos alunos, nessa perspectiva, permitem a descoberta e a construção de conceitos, princípios e ideias matemáticas

(ONUCHIC; ALLEVATO, 2004).

Nessa concepção, os conhecimentos prévios dos alunos são fundamentais, uma vez que eles são desafiados a elaborar suas próprias estratégias para a solução de cada problema, com base em seus conhecimentos pré-existentes. Portanto, é importante destacar os ganhos e benefícios de propostas pedagógicas que envolvam a resolução de problemas e promovam a aprendizagem de forma significativa.

Trajetória Hipotética de Aprendizagem

De acordo com Simon (1995), a Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) é uma parte essencial de seu modelo para o ensino de Matemática, baseado na reconstrução de práticas construtivistas para a construção de conceitos. A THA se refere aos percursos percorridos pelo aluno na construção do conhecimento, seguindo dois caminhos: o primeiro, em que o professor tem dificuldade em identificar os mecanismos de aprendizagem dos alunos, e o segundo, em que a aprendizagem ocorre por meio de processos de ressignificação pelos próprios alunos.

Simon (1995) enfatiza que, em uma THA, os objetivos devem estar claros e declarados aos alunos, pois isso permitirá definir quais conceitos devem ser aprendidos. A partir da definição dos objetivos, estabelece-se uma sequência de aprendizagem na qual os alunos serão desafiados e capazes de formular novos conceitos. Assim, uma THA é composta tanto pelos objetivos de aprendizagem quanto pelas tarefas matemáticas que serão utilizadas para promover a aprendizagem dos alunos (SIMON, 1995).

Além disso, no trabalho desenvolvido por Simon e Tzur (2004), os autores destacam a compreensão das tarefas como um processo de construção de um novo conceito, na perspectiva da reflexão sobre a atividade-efeito. Esse processo ocorre dentro de uma trajetória hipotética de aprendizagem, em que os alunos são desafiados a refletir sobre as tarefas propostas e seus efeitos, contribuindo para a construção do conhecimento matemático.

Para Traldi e Rosembaum (2010, p. 374):

> A trajetória se refere aos caminhos que os alunos devem seguir para a construção dos conhecimentos pretendidos. [...] o termo “hipotético” compreende duas perspectivas: a que entende que o professor tem acesso apenas às hipóteses dos conhecimentos dos alunos, isto é, não consegue acessar diretamente o conhecimento dos aprendizes e a outra perspectiva, para fazer referência ao prognóstico, à expectativa do professor, a respeito de como a aprendizagem será processada pelos alunos.

As observações realizadas por esses autores durante o desenvolvimento da pesquisa revelaram um aumento na participação ativa dos alunos após o uso da THA, resultando em uma redução significativa das intervenções necessárias por parte da professora ao longo do processo de ensino e aprendizagem. No entanto, é importante ressaltar o papel do professor como mediador ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem, especialmente na educação básica.

As discussões propostas por Traldi e Rosembaum (2010) reforçam a importância de considerar as premissas propostas por Simon (1995) ao elaborar uma THA:

- A elaboração de uma THA é baseada na compreensão do conhecimento atual dos alunos envolvidos.
- A THA é um instrumento para planejar a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos.
- As tarefas matemáticas fornecem ferramentas para promover a aprendizagem dos conteúdos. Portanto, os conceitos-chave são uma parte importante do processo de aprendizagem.
- Devido à natureza hipotética e incerta desse processo, o professor está constantemente envolvido na modificação de todos os aspectos da THA.

Essas premissas ajudam a entender que, durante o desenvolvimento de uma THA com os alunos, um objetivo inicialmente planejado pode ser modificado, e que os professores devem estar atentos às considerações dos alunos à medida que eles se envolvem nas atividades planejadas. Essas considerações contribuirão para a análise da percepção dos alunos em relação ao conceito em estudo.

Destaca-se, ainda, que uma THA é composta por três componentes essenciais, conforme mencionado a seguir:

(i) Objetivo do professor: Refere-se às direções e metas definidas pelo professor para a aprendizagem dos alunos. É importante que o objetivo seja claro e específico, estabelecendo o que se espera que os alunos alcancem ao final da THA.

(ii) Atividades de ensino: São as tarefas e experiências de aprendizagem propostas pelo professor para auxiliar os alunos na construção dos conceitos matemáticos. Essas atividades devem ser desafiadoras e significativas, envolvendo a exploração, investigação e resolução de problemas, de forma a promover a construção ativa do conhecimento pelos alunos.

(iii) Processamento hipotético de aprendizagem: Refere-se ao caminho que os alunos percorrem na construção do conhecimento, envolvendo a formulação de hipóteses, tentativas de solução, revisão e ressignificação das ideias. Esse processamento envolve a reflexão dos alunos sobre suas próprias ações e estratégias, permitindo a construção de novos conhecimentos.

Com base nas discussões apresentadas, é evidente que há oportunidades para expandir os estudos relacionados ao uso da Trajetória Hipotética de Aprendizagem (THA) nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, especificamente em relação às estratégias de resolução de problemas no campo aditivo, haja vista que compreendemos que a pesquisa sobre a aplicação da THA na resolução de situações-problema do campo aditivo pode contribuir para uma compreensão mais aprofundada dos benefícios e desafios desse enfoque pedagógico.

Além disso, é importante considerar como a THA pode ser adaptada e aplicada em diferentes níveis de ensino e contextos educacionais. A pesquisa pode explorar a eficácia da THA em diferentes faixas etárias, identificar abordagens pedagógicas que promovam uma maior compreensão e autonomia dos alunos na resolução de problemas, e examinar como a THA pode ser integrada ao currículo e às práticas educacionais.

Em suma, ampliar os estudos sobre o uso da THA na resolução de problemas do campo aditivo na Matemática oferece oportunidades para avançar no conhecimento sobre o tema, fornecendo subsídios para o aprimoramento das práticas pedagógicas e contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e eficaz dos alunos nessa área.

PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

A investigação tematizou aspectos do campo da Educação Matemática a partir da realização de uma pesquisa qualitativa (SANDÍN ESTEBAN, 2010). Apesar da multiplicidade de significados associada à expressão "pesquisa qualitativa", assume-se, para esta investigação, a afirmação de Sandín Esteban (2010, p. 127), quando ela destaca que:

> [...] a pesquisa qualitativa é uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos.

As considerações de Pérez Serrano (1994) sobre a pesquisa qualitativa também são relevantes para ressaltar a importância de levar em conta o contexto específico em que ocorre a investigação. Ao realizar uma pesquisa qualitativa, é essencial reconhecer que os fenômenos em estudo são influenciados pelo contexto em que ocorrem e que a compreensão adequada desses fenômenos requer uma análise aprofundada desse contexto.

Considerando os diferentes tipos de pesquisas qualitativas, escolhemos a pesquisa do tipo Intervenção Pedagógica para esta investigação, uma vez que ela possui uma natureza aplicada, contribuindo para a solução de problemas práticos no contexto educacional. Nesse tipo de pesquisa, o pesquisador identifica um problema relevante a ser investigado e assume a responsabilidade de desenvolver uma intervenção para resolvê-lo, aspecto que foi realizado pela professora-pesquisadora.

Gil (2010) destaca que a pesquisa do tipo Intervenção Pedagógica se diferencia pela preocupação com os benefícios práticos resultantes da investigação. Além de buscar a ampliação do conhecimento teórico, essa abordagem valoriza a aplicação prática dos resultados obtidos, visando melhorar as práticas pedagógicas e promover mudanças significativas no contexto educacional.

Contexto da pesquisa

A abordagem adotada na pesquisa, baseada na construção de uma sequência de tarefas utilizando a THA proposta por Simon (2005), teve como objetivo investigar e analisar as estratégias de resolução de problemas relacionados ao Campo Aditivo, presentes nas produções dos alunos. Essa abordagem visa contribuir para o ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Vergnaud (1993), a compreensão de um conceito matemático se dá por meio das situações vivenciadas pelo estudante ao longo de sua escolarização. Nesse sentido, a pesquisa teve a intenção de promover discussões e intervenções que permitissem aos alunos desenvolver seu repertório de estratégias de resolução de problemas.

A apresentação de diferentes situações-problema foi considerada indispensável para que os alunos pudessem ampliar seu repertório de estratégias e questionar a validade dessas estratégias em diferentes contextos. Por meio dessa abordagem, os alunos foram estimulados a reorganizar os conceitos e habilidades matemáticas previamente aprendidos e aplicá-los em novas situações, com o objetivo de alcançar uma solução.

Destaca-se que a resolução de problemas foi utilizada como ponto de partida na pesquisa, por meio de situações-problema do campo aditivo. Essas situações permitiram que os alunos utilizassem diferentes estratégias, como desenhos, contagem, decomposição ou o algoritmo convencional, na resolução dos problemas propostos.

Na escola em que a pesquisa foi realizada, utiliza-se um material didático chamado Cadernos da Cidade, que propõe situações-problema relacionadas à Matemática. No entanto, essas situações-problema não estão organizadas de acordo com o grau de complexidade necessário e não foram adaptadas considerando as particularidades dos alunos que passaram por dois anos pandêmicos.

Diante dessa situação, destacamos que a elaboração da proposta de tarefas, organizada em uma sequência de situações-problema do campo aditivo, buscou atender as demandas do grupo de alunos envolvidos na pesquisa, considerando suas especificidades e necessidades. Assim, podemos afirmar, também, que a pesquisa visou suprir a lacuna existente nos materiais didáticos disponíveis, proporcionando uma sequência de tarefas que promoveu a resolução de problemas no campo aditivo e buscou atender as necessidades e especificidades dos alunos envolvidos, considerando a importância da compreensão conceitual e do desenvolvimento de estratégias variadas.

PROPOSTA DIDÁTICA DA TAREFA

A elaboração da proposta de tarefas, caracterizada por uma sequência de situações-problema, levou em consideração diversos conhecimentos e diretrizes pedagógicas. Os conhecimentos necessários para a elaboração da sequência foram:

- Conhecimento do conteúdo específico de matemática relacionado à faixa etária dos alunos pesquisados e previsto no currículo da cidade de São Paulo. Isso envolveu compreender quais são os conceitos, habilidades e procedimentos matemáticos que os alunos devem adquirir nessa etapa de ensino.
- Conhecimento dos conteúdos procedimentais e conceituais já dominados ou em processo de apropriação pelos alunos que serão sujeitos da pesquisa. Isso implicou em conhecer quais são os conhecimentos matemáticos que os alunos já possuem, suas dificuldades e suas formas de pensar e raciocinar em relação ao campo aditivo.
- Conhecimento da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente em relação aos problemas do campo aditivo. Essa teoria, proposta por Vergnaud, classifica as situações-problema do campo aditivo em seis categorias de relações aditivas.

> Esse conhecimento permitiu a seleção e organização das situações-problema na sequência proposta.

Além disso, para a elaboração da sequência de tarefas, foram consideradas as discussões de Zabala (1988) sobre a importância de desenvolver tarefas de forma ordenada e articulada, constituindo uma sequência. Isso significa que o professor, a partir dos objetivos de aprendizagem estabelecidos, organiza sistematicamente uma série de tarefas que visam alcançar a aprendizagem dos conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais selecionados para uma determinada unidade didática.

Ressalta-se, assim, que a observação dos conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais foi fundamental durante o desenvolvimento da sequência de situações-problema. Os conteúdos conceituais estavam diretamente relacionados à área de conhecimento investigada, ou seja, os conceitos matemáticos do campo aditivo. Os alunos tiveram a oportunidade de aprofundar seu entendimento desses conceitos por meio da resolução das situações-problema propostas.

Em relação aos conteúdos procedimentais, estes foram necessários para que os alunos pudessem realizar a leitura das situações-problema, compreender as informações apresentadas e registrar as estratégias que utilizaram para resolver os problemas. Esses procedimentos envolveram a utilização de métodos específicos, como contagem, desenhos, decomposição ou o algoritmo convencional, que permitiram aos alunos expressar suas soluções de forma clara.

Quanto aos conteúdos atitudinais, os alunos foram incentivados a desenvolver habilidades como argumentação, respeito às opiniões dos colegas e cooperação. Durante as discussões e intervenções, foi valorizada a participação ativa dos alunos, permitindo que expressassem suas ideias, ouvissem as perspectivas dos colegas e trabalhassem em equipe. Esses aspectos atitudinais contribuíram para a formação de uma postura crítica, colaborativa e respeitosa no processo de aprendizagem.

Assim, ao longo da sequência de situações-problema, os alunos foram desafiados a desenvolver e mobilizar conhecimentos conceituais, procedimentais e atitudinais, promovendo uma aprendizagem mais abrangente e significativa no campo aditivo.

Os critérios mencionados foram fundamentais para a elaboração da sequência de situações-problema, uma vez que visavam criar um ambiente de aprendizagem favorável, considerando as características individuais dos alunos e promovendo o desenvolvimento de competências cognitivas e metacognitivas, e para sua elaboração foram considerados, ainda, os seguintes aspectos:

- *Determinação dos conhecimentos prévios:* Foi importante conhecer os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos novos conteúdos, pois isso permitiu adaptar as tarefas e proporcionar uma progressão adequada no aprendizado, partindo do que eles já sabiam.

- *Adequação ao nível de desenvolvimento:* As tarefas foram planejadas levando em consideração o nível de desenvolvimento de cada aluno. Isso significa que elas foram desafiadoras, mas também acessíveis, de modo a promover um equilíbrio entre as competências atuais dos alunos e os avanços desejados.

- *Criação de zonas de desenvolvimento proximal:* As tarefas foram projetadas para evocar um conflito cognitivo e incentivar os alunos a estabelecer conexões entre os novos conteúdos e seus conhecimentos prévios. Dessa forma, buscava-se criar oportunidades para que os alunos ampliassem suas zonas de desenvolvimento proximal, ou seja, expandissem suas capacidades com a devida orientação e apoio.

- *Motivação e desafio alcançável:* As tarefas foram planejadas de forma a despertar o interesse e a motivação dos alunos em relação à aprendizagem dos novos conteúdos. Ao mesmo tempo, foram desenhadas para representar um desafio alcançável, ou seja, estimulavam os alunos a se esforçarem e a se envolverem ativamente na resolução dos problemas.
- *Aprender a aprender:* Além de explorar os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, as tarefas foram projetadas para ajudar os alunos a desenvolver habilidades relacionadas ao aprendizado autônomo. Essas habilidades visavam tornar os alunos mais conscientes de suas estratégias de aprendizagem, capacitando-os a se tornarem aprendizes independentes e autônomos.

Ao considerar esses critérios na elaboração da sequência de situações-problema, buscou-se criar uma proposta de tarefas que promovesse uma aprendizagem significativa, atendendo às necessidades e potencialidades dos alunos envolvidos na pesquisa.

DESCRIÇÃO DA TAREFA 2 E ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DOS ALUNOS

As situações-problema apresentadas na Tarefa 2 são pertencentes à *categoria de transformação* - são problemas em que uma transformação opera sobre uma medida para resultar em outra medida. Como citado anteriormente, apesar de nossa investigação ter proposto tarefas aos alunos considerando as diferentes relações ternárias apresentadas por Vergnaud (1991), para este artigo, devido à limitação de páginas, optamos por explorar apenas as tarefas que envolvem os problemas de transformação.

Para Vergnaud (1991), na categoria de transformação estão incluídas todas as situações-problema que possuem um estado inicial e uma transformação que leva a um estado final em sua estrutura. Por exemplo, pode-se apresentar aos alunos uma situação em que uma quantidade inicial é modificada por uma ação, resultando em uma nova quantidade. Os alunos precisariam determinar a quantidade final após a transformação. Na categoria de transformação, é possível buscar o estado inicial, a transformação ou o estado final. Além disso, as transformações podem ser positivas ou negativas, resultando em seis tipos diferentes de situações-problema na categoria de transformação, com dois tipos para cada elemento da relação ternária. Essa variedade de possibilidades amplia a complexidade das situações e permite explorar diferentes aspectos da relação entre o estado inicial e o estado final por meio de transformações positivas ou negativas.

Assim, para o desenvolvimento da Tarefa 2, os alunos foram agrupados em equipes com uma média de 4 crianças por equipe. Para o agrupamento dos alunos foram consideradas as estratégias apresentadas na resolução de tarefas anteriores, considerando suas diferentes habilidades.

Ao formar grupos heterogêneos, nos quais os alunos possuem habilidades e estratégias diferentes, buscou-se proporcionar um ambiente propício à cooperação e ao compartilhamento de conhecimentos. Assim, os alunos foram desafiados a ouvir e respeitar opiniões diversas, a encontrar soluções em conjunto e a aprender uns com os outros. Essa diversidade de perspectivas e abordagens enriquece o processo de aprendizagem, estimulando a reflexão e a construção de significados.

Além disso, a formação de grupos heterogêneos permite que os alunos desenvolvam habilidades socioemocionais, como a empatia, a paciência e a colaboração. Eles aprendem a valorizar a diversidade e a trabalhar em equipe para alcançar objetivos comuns, promovendo um ambiente inclusivo e estimulante para todos os alunos.

Nesse sentido, a abordagem de agrupamento dos alunos teve a intencionalidade de promover a aprendizagem colaborativa, o desenvolvimento de habilidades socioemocionais e a construção coletiva do conhecimento, proporcionando um ambiente favorável ao crescimento e ao aprendizado dos alunos.

Essa abordagem é respaldada por Abramowicz (2018), que destaca a eficácia do trabalho em grupo para diversos objetivos, incluindo: (i) experimentação e colaboração com pessoas que possuem diferenças entre si; (ii) encontro com indivíduos que contribuem para despertar novos conhecimentos, formas de pensamento e atitudes; (iii) auxílio no processo de socialização ao interagir com os outros; (iv) compreensão de que a construção coletiva pode potencializar as formas de conhecer o conhecimento.

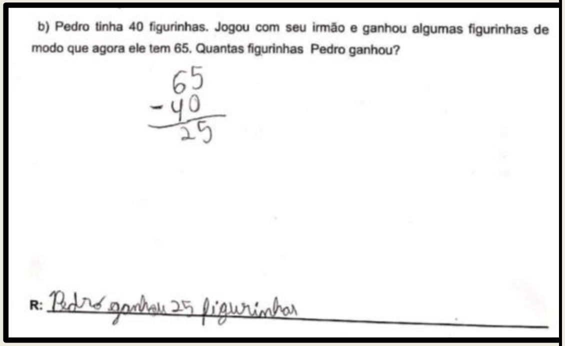
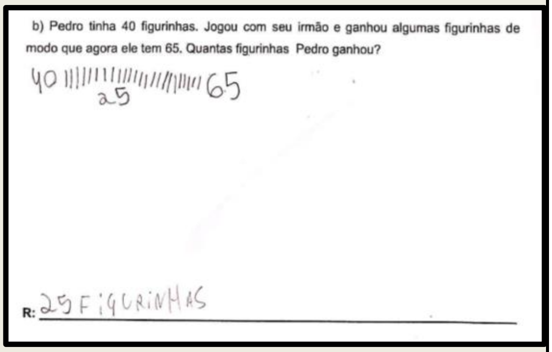
A seguir são apresentados os quadros com os percentuais das estratégias utilizadas pelos alunos, os quais são seguidos dos exemplos das respectivas estratégias.

Quadro 1: Estratégias dos alunos para o problema da 2ª classe.

Problema da 2ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se determinar a transformação positiva. **Enunciado:** Pedro tinha 40 figurinhas. Jogou com seu irmão e ganhou algumas figurinhas e modo que agora ele tem 65. Quantas figurinhas Pedro ganhou?	
Representação com a utilização do algoritmo.	80%
Representação pictórica seguida de contagem.	20%

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Figura 1 – Diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de representação com a utilização do algoritmo.	Exemplo de representação pictórica seguida de contagem.
 b) Pedro tinha 40 figurinhas. Jogou com seu irmão e ganhou algumas figurinhas de modo que agora ele tem 65. Quantas figurinhas Pedro ganhou? 65 -40 25 R: Pedro ganhou 25 figurinhas	 b) Pedro tinha 40 figurinhas. Jogou com seu irmão e ganhou algumas figurinhas de modo que agora ele tem 65. Quantas figurinhas Pedro ganhou? 40 65 25 R: 25 FIGURINHAS

Fonte**:** Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Para o problema da 2ª classe, observamos que a situação-problema envolve um esquema de ação, mas a solução requer a aplicação de um esquema inverso, conhecidos como "problemas inversos".

Os grupos que optaram pelo algoritmo da subtração como estratégia explicaram que a pergunta exigia saber "quanto Pedro ganhou?", mas que não seria possível resolver com a adição sem conhecer a quantidade exata. Portanto, eles precisaram descobrir separadamente a quantidade que Pedro tinha no início do jogo e a quantidade que ele ficou no final, utilizando uma subtração para representar essa ideia de separação.

Por outro lado, o grupo que se sentiu mais confortável em representar a primeira situação com uma representação pictórica, devido ao receio de cometer erros, adotou a mesma abordagem na segunda situação. Quando questionados, eles afirmaram que era possível somar as quantidades, mas para isso precisavam contar de 40 até 65 para determinar quanto Pedro ganhou, representando a situação com pauzinhos e números.

Durante a discussão, foi perguntado se eles poderiam utilizar algum algoritmo para representar a mesma ideia que haviam registrado com a estratégia pictórica. Todos concordaram que poderiam usar a adição, como 40 + 25 = 65. No entanto, um dos alunos prontamente argumentou que essa não foi a estratégia utilizada para chegar ao resultado de 25, o que foi apoiado por todos no grupo.

Essa troca de ideias evidencia a compreensão dos alunos sobre as diferentes estratégias e sua capacidade de discernir qual abordagem foi usada em cada situação. Isso demonstra a importância de permitir que os alunos expressem suas estratégias preferenciais, bem como incentivar a reflexão sobre a aplicabilidade de diferentes algoritmos em situações específicas.

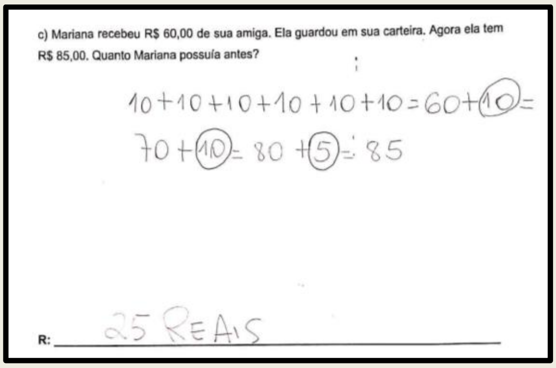
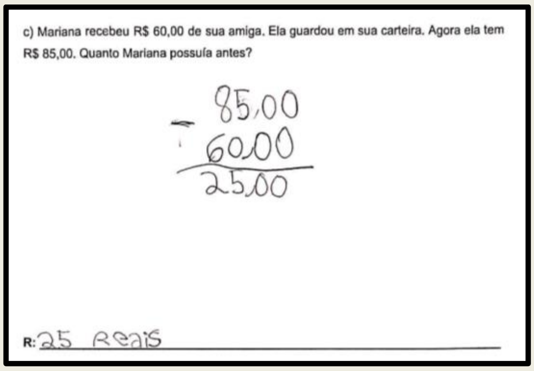
Quadro 2: Estratégias dos alunos para o problema da 3ª classe.

Problema da 3ª classe: Conhecendo-se uma transformação positiva e o estado final, pode-se obter o estado inicial. **Enunciado:** Mariana recebeu R$ 60,00 de sua amiga. Ela guardou em sua carteira. Agora ela tem R$ 85,00. Quanto Mariana possuía antes?	
Representação com a utilização do algoritmo da decomposição.	20%
Representação com a utilização do algoritmo convencional.	80%

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Figura 2 – Diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de representação com a utilização do algoritmo da decomposição	Exemplo de representação com a utilização do algoritmo convencional

 c) Mariana recebeu R$ 60,00 de sua amiga. Ela guardou em sua carteira. Agora ela tem R$ 85,00. Quanto Mariana possuía antes? 10+10+10+10+10+10=60+⑩= 70+⑩= 80 +⑤= 85 R: 25 REAIS	 c) Mariana recebeu R$ 60,00 de sua amiga. Ela guardou em sua carteira. Agora ela tem R$ 85,00. Quanto Mariana possuía antes? $\begin{array}{r} 85{,}00 \\ -\ 60{,}00 \\ \hline 25{,}00 \end{array}$ R: 25 Reais

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022)

Para a resolução da situação-problema da 3ª classe, os grupos realizaram a leitura de forma autônoma. A maioria dos grupos utilizou a estratégia do algoritmo da subtração e obteve o resultado correto. No entanto, apenas um grupo apresentou uma estratégia diferenciada, conforme observado no exemplo de representação com a utilização do algoritmo da decomposição (**Figura 2)** . Esse grupo foi o mesmo que, no encontro anterior, havia registrado a estratégia de forma pictórica. Durante a socialização da estratégia para os demais grupos, os alunos desse grupo explicaram que pensaram em uma abordagem diferente da "conta armada", mas que utilizasse apenas números.

Diante da explicação do grupo sobre a estratégia utilizada, foi perguntado, de forma geral, o que acharam daquela abordagem, se era adequada e se gostariam de utilizá-la também em situações-problema futuras. A maioria dos alunos achou interessante a estratégia, enquanto apenas um integrante de um grupo respondeu que achava mais fácil fazer a "conta armada", pois era mais rápido, e por isso não utilizaria aquela estratégia com os números separados.

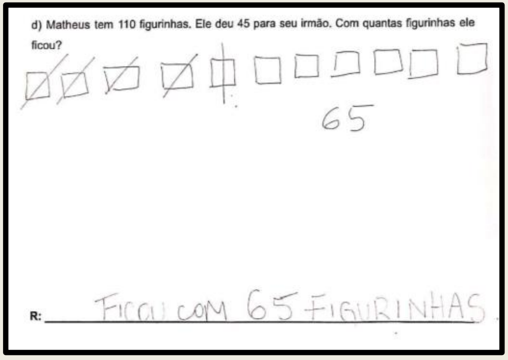
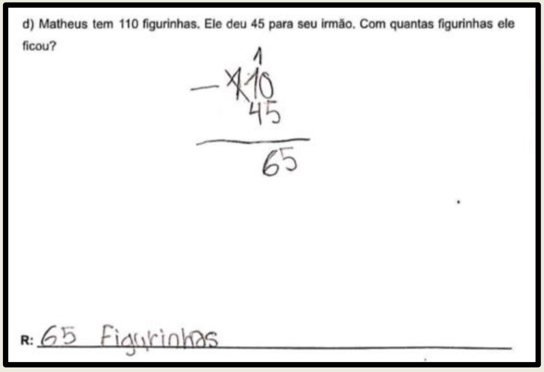
Entendemos que situações como as descritas ilustram o ambiente rico em conhecimentos que circula na sala de aula e que devem ser compartilhados e socializados para que os alunos possam aprender a aprender com seus colegas, com a mediação do professor.

Quadro 3: Estratégias dos alunos para o problema da 4ª classe.

Problema da 4ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e a transformação negativa pode-se obter o estado final. **Enunciado:** Matheus tem 110 figurinhas. Ele deu 45 para seu irmão. Com quantas figurinhas ele ficou?	
Representação com a utilização do algoritmo	80%
Representação pictórica - decomposição	20%

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Figura 3 – Diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de representação pictórica - decomposição	Exemplo de representação com a utilização do algoritmo
 d) Matheus tem 110 figurinhas. Ele deu 45 para seu irmão. Com quantas figurinhas ele ficou? 65 R: Ficou com 65 FIGURINHAS	 d) Matheus tem 110 figurinhas. Ele deu 45 para seu irmão. Com quantas figurinhas ele ficou? 1 $-\cancel{1}10$ 45 65 R: 65 Figurinhas

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Durante a socialização da situação-problema da 4ª classe, o grupo que anteriormente havia utilizado a estratégia de decomposição com representação numérica optou, desta vez, por utilizar a decomposição de forma pictórica, por meio do uso de quadradinhos.

Ao questioná-los sobre a razão de utilizarem essa forma pictórica em vez de números, os alunos desse grupo explicaram que o desenho auxilia no momento de registrar como pensam para resolver um problema. A justificativa dada pelos alunos, assim como a forma como a representação pictórica foi empregada, revela o uso de um teorema em ação (Vergnaud, 1982) por parte dos alunos, ou seja, demonstra um conhecimento matemático desenvolvido por eles a partir das experiências vivenciadas.

Considerando os estudos de Nunes et al. (2009), é possível perceber que o tipo de objeto utilizado pelos alunos não é relevante, pois o que realmente importa é a ação e o resultado dela. Portanto, é plausível concluir que a justificativa dos alunos demonstra que eles sabem, implicitamente, que o resultado obtido com o uso da representação pictórica é o mesmo que seria obtido se tivessem utilizado a representação numérica. Situações como essa permitiram observar que os alunos possuem a capacidade de abstração e generalização, uma vez que reconhecem que o resultado obtido com a representação pictórica é equivalente ao resultado que seria obtido se tivessem utilizado o algoritmo convencional da subtração, por exemplo.

Os demais grupos utilizaram o algoritmo convencional da subtração, incluindo o uso adequado de reagrupamentos necessários para efetuar o cálculo.

Quadro 4: Estratégias dos alunos para o problema da 5ª classe.

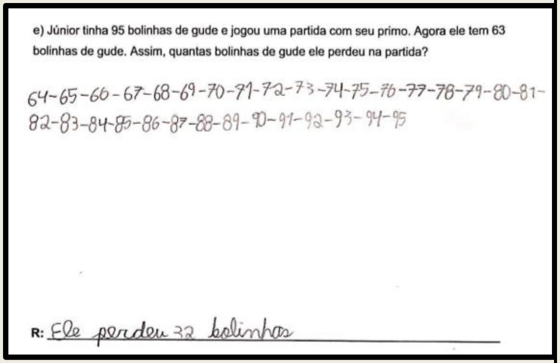
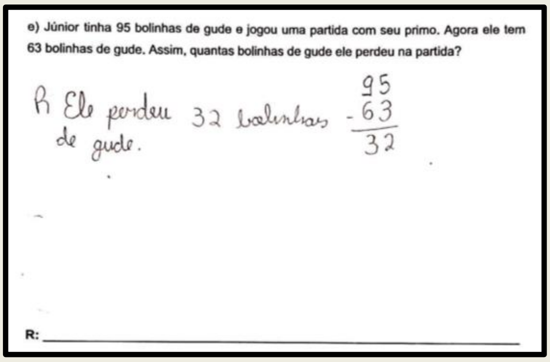
Problema da 5ª classe: Conhecendo-se o estado inicial e o estado final pode-se obter a transformação, que nesta classe é negativa.
Enunciado: Júnior tinha 95 bolinhas de gude e jogou uma partida com seu primo. Agora ele

tem 63 bolinhas de gude. Assim, quantas bolinhas de gude ele perdeu na partida?	
Representação com a utilização do algoritmo	80%
Representação numérica - contagem 1 a 1	20%

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Na resolução da situação-problema da 5ª classe os alunos também foram agrupados, resolveram e registraram a estratégia utilizada. Para a resolução, eles tiveram que obter uma transformação negativa e para isso apresentaram as seguintes estratégias.

Figura 4 – Diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de representação numérica - contagem 1 a 1	Exemplo de representação com a utilização do algoritmo
 e) Júnior tinha 95 bolinhas de gude e jogou uma partida com seu primo. Agora ele tem 63 bolinhas de gude. Assim, quantas bolinhas de gude ele perdeu na partida? 64-65-66-67-68-69-70-71-72-73-74-75-76-77-78-79-80-81-82-83-84-85-86-87-88-89-90-91-92-93-94-95 R: Ele perdeu 32 bolinhas	 e) Júnior tinha 95 bolinhas de gude e jogou uma partida com seu primo. Agora ele tem 63 bolinhas de gude. Assim, quantas bolinhas de gude ele perdeu na partida? R Ele perdeu 32 bolinhas de gude. $\begin{array}{r} 95 \\ -63 \\ \hline 32 \end{array}$ R:

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Dentre os grupos, apenas um deles utilizou a representação numérica com contagem 1 a 1, partindo do estado final e registrando a estratégia como contagem numérica. Por outro lado, outro grupo optou por utilizar o algoritmo da subtração como estratégia.

Ao questionar o grupo que realizou a contagem 1 a 1 com representação numérica sobre o motivo de registrarem a sequência numérica do 64 ao 95, os alunos responderam que contaram a partir do número 63 (estado final) até o número 95 para descobrir quantas bolinhas foram perdidas, considerando que o Junior tinha inicialmente 95 bolinhas.

Também perguntados se haveria outra estratégia adequada para a resolução, os alunos afirmaram que fazer a subtração era mais fácil e não exigia contar muito. Eles mencionaram que, em números grandes, a contagem poderia ser confusa e resultar em erros. Então, foram questionados sobre como eles sabiam que era necessário fazer uma subtração e qual dica poderiam dar ao grupo que utilizou a contagem como estratégia.

Neste momento, todos os grupos que utilizaram o algoritmo da subtração concordaram unanimemente em responder: *"A palavra 'perder' na pergunta combina com* *a conta de menos"*. Ao ouvir essa resposta, as falas dos alunos foram registradas e foi dado prosseguimento para a socialização da próxima situação-problema, a fim de validar ou desafiar os alunos em relação a um conceito matemático que começava a ser construído por eles, relacionado aos esquemas de ação de ganhar, perder, juntar e separar.

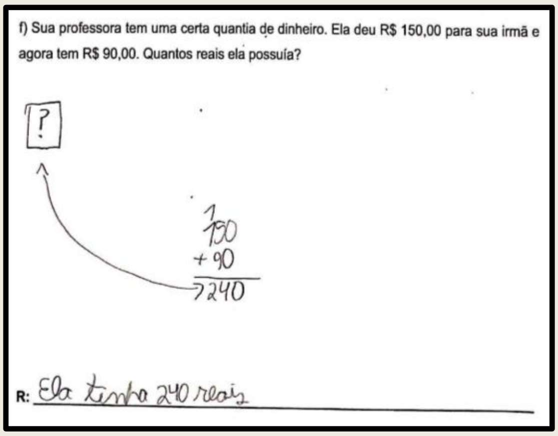
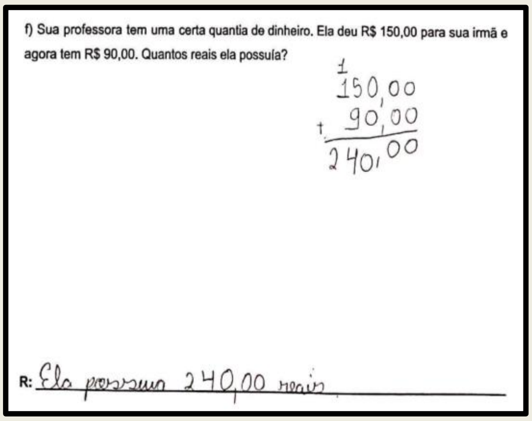
Essas respostas dos alunos mostram indícios de que eles estão construindo um entendimento matemático sobre a relação entre a palavra "perder" na situação-problema e o uso do operador de subtração. Essa compreensão emergente está relacionada aos esquemas de ação de ganhar, perder, juntar e separar, que estão sendo desenvolvidos pelos alunos durante as atividades de resolução de problemas matemáticos.

Quadro 5: Estratégias dos alunos para o problema da 6ª classe.

Problema da 6ª classe: Conhecendo-se o estado final e a transformação negativa, obtém-se o estado inicial. **Enunciado:** Sua professora tem uma certa quantia. Ela deu R$ 150,00 para sua irmã e agora tem R$ 90,00. Quantos reais ela possuía?	
Representação com a utilização do algoritmo	100%

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Figura 5 – Diferentes estratégias de resolução.

Exemplo de representação com a utilização do algoritmo	Exemplo de representação com a utilização do algoritmo
 f) Sua professora tem uma certa quantia de dinheiro. Ela deu R$ 150,00 para sua irmã e agora tem R$ 90,00. Quantos reais ela possuía? ? 1 150 + 90 240 R: Ela tinha 240 reais	 f) Sua professora tem uma certa quantia de dinheiro. Ela deu R$ 150,00 para sua irmã e agora tem R$ 90,00. Quantos reais ela possuía? 1 150,00 + 90,00 240,00 R: Ela possuia 240,00 reais

Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora (2022).

Durante a socialização da situação-problema da 6ª classe, todos os grupos apresentaram o algoritmo da adição como estratégia. Nesse momento, eles foram questionados se algum grupo havia encontrado uma estratégia diferente do algoritmo. O grupo que anteriormente utilizou a estratégia de contagem numérica respondeu à pergunta, dizendo: *"Sabe, professora, pensamos que, como os números são grandes, é mais difícil contar de 1 em 1, e a conta de adição é muito fácil de fazer"*. Diante dessa resposta, foi feito um registro pessoal para ser retomado na proposição das tarefas futuras. No registro, foi destacado o fato de a turma utilizar os algoritmos para resolver as situações-problema e, durante a socialização, verbalizar que os algoritmos são estratégias adequadas para lidar com números maiores. Surge, então, a questão de se tratar de uma generalização do uso do algoritmo.

Esse registro pessoal permitiu uma reflexão sobre o padrão observado na utilização do algoritmo da adição pelos alunos. A constatação de que os alunos consideram o algoritmo como uma estratégia adequada para lidar com números maiores indica um possível processo de generalização. Essa generalização pode ser entendida como a transferência do conhecimento matemático adquirido em situações específicas para novas situações, ampliando a compreensão dos alunos sobre o uso do algoritmo e sua aplicabilidade em diferentes contextos.

Reflexões sobre a Tarefa 2

Na Tarefa 2, os alunos resolveram uma sequência de situações-problema da categoria de transformação, que envolvem uma relação entre uma quantidade inicial e uma quantidade final. Havia seis situações possíveis, três relacionadas a transformações positivas e três relacionadas a transformações negativas. Os problemas que forneciam informações sobre a quantidade inicial e a transformação eram considerados protótipos, enquanto os problemas que perguntavam sobre o valor da transformação eram menos complexos. Por fim, os problemas que forneciam os valores da transformação e a quantidade final eram considerados mais complexos.

Observou-se que, na situação-problema retratada no **Quadro 1**, em que a resposta buscada era o estado inicial, os alunos apresentaram uma menor variedade de estratégias nas resoluções. Todos os grupos utilizaram o algoritmo convencional da adição. Algumas hipóteses podem ser levantadas para explicar esse padrão: (i) trata-se da última situação-problema a ser resolvida na sequência da Tarefa 2; (ii) a situação-problema envolve grandezas monetárias maiores, o que levou os alunos a entenderem que estratégias como contagem 1 a 1, desenhos ou decomposição não seriam viáveis, optando pelo algoritmo convencional.

No entanto, nas demais situações-problema que envolviam transformações negativas e positivas, os grupos arriscaram diversificar suas estratégias de resolução e compartilharam seus conhecimentos durante a socialização. Alguns grupos utilizaram a representação pictórica, a decomposição, a contagem 1 a 1 com representação numérica e o algoritmo convencional da adição ou subtração.

Essa diversificação de estratégias nas situações-problema das transformações negativas e positivas indica uma maior flexibilidade dos alunos em explorar diferentes abordagens para resolver os problemas. Eles compartilharam seus conhecimentos e saberes durante a socialização, enriquecendo a compreensão coletiva da turma.

A escolha do algoritmo convencional pelos alunos na última estratégia utilizada foi justificada pela facilidade e rapidez desse cálculo, além de identificarem pistas nas palavras-chave do problema, como "perder" e "ganhar", que indicam qual operação matemática deve ser realizada. No entanto, os grupos que utilizaram outras estratégias demonstraram conhecimentos igualmente sólidos, embora ainda não tenham formalizado completamente alguns dos conceitos relacionados às operações matemáticas, como a escolha adequada das operações correspondentes a cada situação-problema.

Isso ressalta a importância de socializar e validar as diferentes estratégias surgidas ao longo da sequência da Tarefa 2. Como mencionado por Vergnaud, a professora-pesquisadora desempenhou um papel essencial como mediadora no ensino da resolução de problemas, não apenas acompanhando a atividade dos alunos, mas também na escolha das situações propostas e na representação da estrutura conceitual por meio de formas simbólicas acessíveis.

Durante o desenvolvimento do estudo, composto por situações-problema que envolvem transformações, foi possível observar o refinamento das estratégias de resolução pelos alunos em seus respectivos grupos. Eles também demonstraram habilidades argumentativas ao explicar suas escolhas. Essa apropriação de procedimentos de registro, argumentação e conceitos, em relação à escolha adequada de resolução, foi levada em consideração ao planejar a sequência de situações-problema da tarefa 3, que envolve problemas da categoria de comparação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados obtidos na investigação demonstraram a variedade de estratégias de resolução de situações-problema no campo aditivo que os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental foram capazes de construir ao longo do processo de investigação. Esse processo envolveu o planejamento das tarefas de acordo com os conteúdos curriculares, a progressão gradual dos desafios nas tarefas, a organização das tarefas em uma sequência que refletisse o grau de complexidade e a mediação intencional do professor para promover discussões produtivas e avanços na aprendizagem dos alunos.

As contribuições de Vergnaud, que guiaram esse estudo, destacam a importância das situações nas quais os alunos estão envolvidos para o sentido atribuído aos conceitos. Um conceito se torna significativo para os alunos por meio de uma variedade de situações, e isso justifica a necessidade de investigar uma ampla gama de situações-problema que abranjam as diferentes categorias do campo aditivo e suas classes, a fim de oportunizar um processo cognitivo efetivo. Como observado na pesquisa, isso resultou na diversidade de estratégias utilizadas pelos alunos e na elaboração de argumentos que justificavam suas escolhas, levando à construção dos conceitos relacionados às estruturas aditivas.

Além disso, a organização das tarefas em uma sequência, considerando a construção de uma Teoria de Hipóteses de Aprendizagem (THA), proporcionou uma explicação clara da relação entre a aprendizagem conceitual e as tarefas matemáticas. A seleção de tarefas não foi baseada apenas na intuição ou tentativa e erro, mas sim na estrutura fornecida pela THA, que permitiu identificar objetivos de aprendizagem, definir sequências de tarefas e construir uma progressão detalhada das compreensões matemáticas dos alunos.

REFERÊNCIAS

ABRAMOWICZ, R. **O trabalho em grupo como espaço de desenvolvimento do pensamento matemático e do aprender a aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

ECHEVERRIA, M.P.P. A solução de problemas matemáticos**.** In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução: B. A. N. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5a. Ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 3a ed - São Paulo: PROEM, 2008.

MOREIRA, P.C. **O conhecimento matemático do professor**: formação na licenciatura e prática docente na escola básica. 195f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação Matemática**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2009

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N.S.G. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**.** In: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M.C. (Orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PÉREZ SERRANO, G. **Investigación cualitativa. Retos e interrogantes. I. Métodos**. Madrid: Editorial La Muralla, S.A, 1994.

SANDIN ESTEBAN, M. P. **Pesquisa qualitativa em educação**: fundamentos e tradições. Porto Alegre: Artmed, 2010.

SIMON, M. A. Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. **Journal for Reseach in Mathematics Educacion**, v.26, n.2, 1995, p.114-145.

SIMON, M. A.; TZUR, R. Explicating the Role of Mathematical Tasks in conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 6, n. 2, 2004, p.91-104.

TRALDI, A.; ROSEMBAUM, L. S. Uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre funções trigonométricas numa perspectiva construtivista. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.12, n.2, 2010, p.369-393.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In. T. Carpenter; T. Romberg; J. Moser (Eds.). **Addition and subtraction**: a cognitive perspective. New Jersey: Lawrense Erlbaun, 1982.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade**: problemas do ensino da matemática na escolar elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; Revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, Porto Alegre, n.4, 1996, p. 9-19.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primária. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, v.10, n. 23, 1990, p.133-170.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1., 1993, Rio de Janeiro. **Anais.** Rio de Janeiro: UFRJ, 1993.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar? Antonio Zabala. Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1988.